 國立宜蘭大學
工學院
土木工程學系
(三年級)
專題研究成果競賽
構想書

以大渦流模擬法分析非布氏異重流之演化

組 員： 蔡亦凱
吳振毓

指導老師： 吳清森 老師

中華民國 109 年 04 月 28 日



國立宜蘭大學 高教深耕計畫 工學院土木系專題研究成果競賽構想書

作者：蔡亦凱、吳振毓

吳清森教授指導

*Email: dawn66885@gmail.com

摘要

異重流為密度相異之兩流體產生水平方向之交互作用，係因密度差異引起之流動現象又稱密度流。密度差異的主要成因來自流體中溫度或鹽度變化、懸浮物質（如：泥沙、汙染物）的挾帶等，異重流之流動特徵主要由自身重力所致，為密度較大之流體潛入密度較小之流體形成的形貌變化[1]。本研究擬藉由納維爾-史托克斯架構下分別加入大渦流紊流模式探討其非布氏異重流之適用範圍，密度差異值將介於5%至10%間。最後，藉由水工實驗之操作以及所量測之數據並與模擬之結果做比較。

關鍵字：異重流、頭端、納維爾-史托克斯方程式

1. 前言

本文介紹了密度差異5%與10%的異重流進行交界交換水槽實驗的結果與分析，兩個濃度分別進5組實驗，皆使用相同的重流體初始高度寬度、模型尺寸、重流體密度，以確保實驗的正確性，進而觀察異重流流動現象、頭端位置的變化、流動的三個階段的變化。

2. 介紹

台灣乾濕季分明降雨時間分布不均，蓄水來調節是相當重要的課題，然而近年水庫泥砂淤積現象嚴重(圖1) [2]，導致水庫的庫容及使用壽命大幅減少，其中形成淤沙的主因之一便是異重流，倘若運移之動能不足，慣性力漸小於重力作用，易於壩前滯蓄形成渾水水庫，使得此區域保持較高的含砂濃度也逐漸沉降形成淤泥造成水庫淤積問題，使得水庫蓄水量大幅下降。



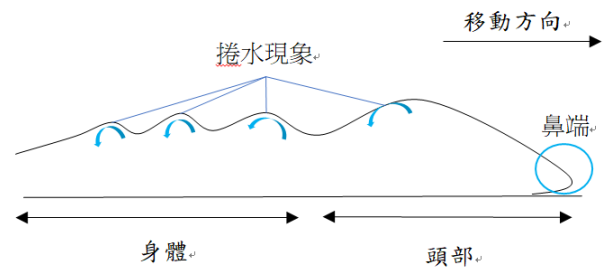
圖一：台灣當前水庫淤積情形

為了解決此淤積問題，便衍伸出了藉由天然異重流的特性或排砂隧道的興建進行排砂。因此，釐清異重流的運移行為及過程將是一大關鍵。本專題研究計畫則以水庫中不同入流條件影響下所形成的異重流現象為主軸，將針對其運移特性進行深入的探討。探究的內容包括不同入流密度差異條件下的運移軌跡及形貌演化(如圖二)，其流況可分類為布氏異重流(密度差異較低)及非布氏異重流(密度差異較大)。

異重流是流體之間因密度的差異所形成的流動狀態、現象，異重流的構造可分為頭部與身體兩部份，異重流向前移動時頭部遭受密度差異所造成的阻力，因此其厚度較大，異重流頭部前端同時受到底床摩擦力與周圍流體交界面剪力作的影響，使得異重流靠近底床處會產生缺口，頭部端點稱為異重流之鼻端(圖2)。(3) [4] [5]

開闢式的異重流可分為三個階段，第一階段為塌陷階段(Slumping Phase)：此時異重流流速在一段很快地加速後，將保持常數；第二階段為慣性階段(Inertial Phase)：此時異重流流速減少，水平浮力與慣性力處於支配階段。當慣性力減少而黏性力增大，形成水平浮力與黏性阻力形成平衡則進入下個階段；第三階段為黏性階段(Viscous Phase)：流速減少更多。[6] [7]

本專題計畫擬同時藉由水工實驗及模擬分析，在納維爾-史托克斯架構下分別加入大渦流紊流模式探討其非布氏異重流之適用範圍，有效的判斷出較正確的運移軌跡。同時，藉由實驗量測之數據討論藉由數值模擬所使用的數學模式之適用性。



圖二：異重流行程之物理特徵

3. 研究方法

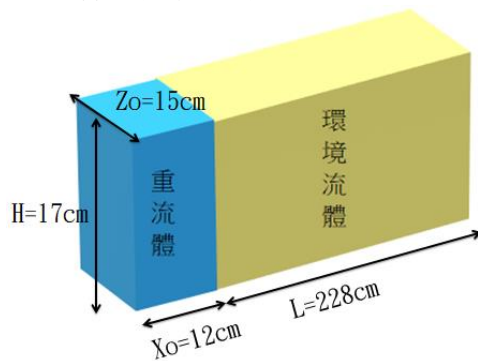
本專題研究的方法包括水工模型試驗[8]及數值模擬及理論，以下於水工模型分別為物理模型、實驗儀器、實驗步驟介紹；於數值模擬以模擬操作、數值模

式介紹；於理論以數學模型作為介紹。

3.1 水工實驗模型

3.1.1 物理模型

本研究之物理模型採用定界交換水槽，利用密度不同的兩種流體分置水槽兩邊，中間以隔板分開，並使用壓克力蓋板，施加一個縱向壓力梯度，來避免任何自由的表面振動，移走隔板將使兩種流體發生異重流。本研究之渠槽長 2.4m、寬 0.15m、高 0.17m，其中以隔板將渠槽分為長 0.12m 的重流體（鹽水）渠槽與長 2.28m 的環境流體（清水）渠槽。為避免兩層流體密度差異與沉降特性的交互影響，使試驗結果難以分辨，重流體（鹽水）為下層高密度流體，以藍色染劑加以染色方便觀察其流動特性，環境流體（清水）為上層低密度流體，以黃色染劑加以染色方便觀察其混合現象。



圖三：定界交換水槽

3.1.2 實驗儀器-模型設備

實驗所需耗材為環境流體（清水）、工業鹽、D 型防水膠條、防水密封條、藍/黃色染劑、手壓式幫浦虹吸管、高效吸水海綿。工業鹽用來調製鹽水，根據所需重流體密度而有所不同。D 型防水膠條用於隔板的兩側，防水密封條則為隔板底部。實驗中，染劑的施加是為方便實驗之觀察。虹吸管&高效吸水海綿為清洗實驗水槽之工具，其相關設備如圖四。

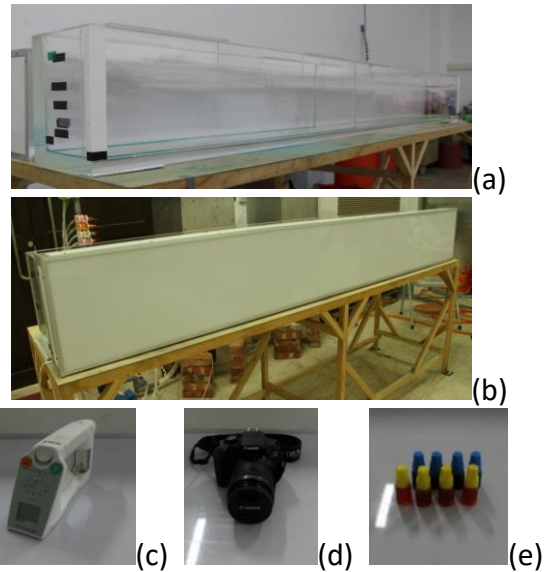
3.1.3 實驗儀器-攝影設備

實驗影像捕捉所需儀器為平行光源燈箱、密度計、相機、腳架。平行光燈箱為錄製時架設於水槽的後方，燈箱長、高需與水槽等長。密度計為日本製 DA-130N 型號之手持密度計，測量精準度高 $\pm 0.001\text{g}/\text{cm}^3$ ，使用時切記檢查管內是否有氣泡，以免影響測量準確度。腳架需定平，相機定心切勿使用自動對焦錄影以免影片分析有誤，其相關設備如圖四。

3.1.4 實驗儀器-分析軟體

軟體使用包括 Adobe After Effects 以及 ImageJ。Adobe After Effects 為影片圖片處理軟體，使用此軟體修正實驗拍攝時角度誤差，並後製結合所有實驗影像，輸出成每秒 24 張圖片，以利之後影像分析。ImageJ 為影像分析的軟體，使用此軟體來分析實驗中異重流頭端位置與時間的變化，利用人工抓取前面 Adobe After Effects 輸出的圖片檔的頭端座標，每

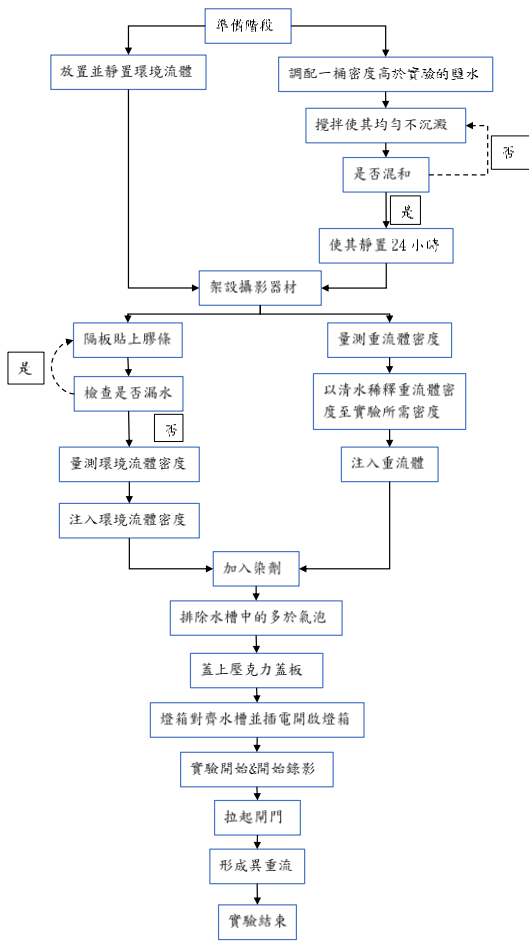
0.1 秒抓取一次，匯出數據進行分析。



圖四：實驗測量儀器與設備

3.1.5 實驗步驟

首先，實驗 24 小時前，先行調配鹽水並在實驗水槽中，注入環境流體（清水），靜置 24 小時使其懸浮物、雜質穩定沉澱。次日，實驗開始前先行架設攝影器材並使用密度儀量測鹽水與環境流體的密度值，再進行調配所需之密度差的鹽水來進行實驗，加入環境流體時，要檢查開門是否有漏水的情形發生。若有，則必須先將開門拉起，並且將膠條重新黏貼，目的是確保實驗開始前開門的兩側之不同密度液體互不入滲。先將環境流體放入水槽開門左側再將鹽水放入右側，並且確認環境流體與鹽水等高，接著於環境流體與鹽水兩方各加入不同顏色的染劑（增加影像辨別度及混和形成的界面），排除拍攝面的小氣泡以防止之後成像再軟體上的人為誤差，兩側放上蓋板（降低自由液面的影響），將相機焦點固定於水槽中央調成好焦距（切勿使用自動對焦），開始錄影並接著垂直迅速拉起開門記錄整個實驗的過程，在異重流頭端遷移至水槽最尾端後即可停止錄影。實驗完成後利用影片編輯軟體（Adobe After Effects），將所有的實驗影片中開門位置和初始拉起時間對齊，進行同時處理，並且輸出成 JPG 格式，再利用影像處理軟體（Image J），將頭端位置給點出來，輸出並建立表格，進行 $(x_f \sim t)$ 繪圖。分析實驗數據並與理論進行比較，實驗結果異重流之運動的加速段，等速段或者是減速段分別於何者時間區段，當密度差異有別時，其運動區段也有所不同。完整的實驗步驟如圖五。

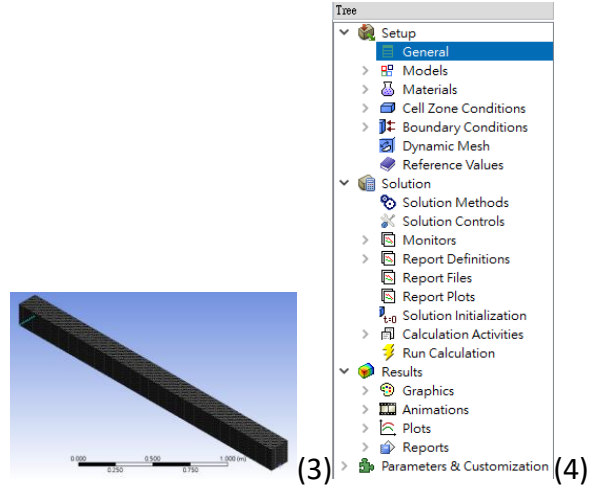
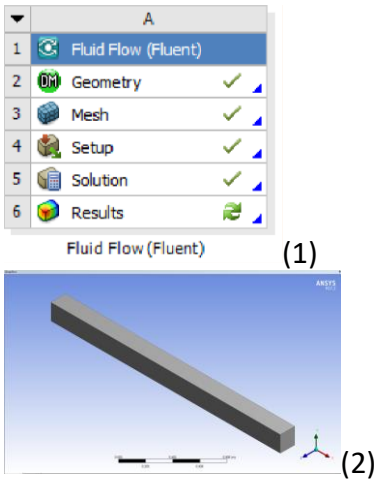


圖五、實驗步驟及流程

3.2 數值模擬

3.2.1 模擬操作

於 ANSYS 進行模擬操作，使用 Fluid Flow(Fluent) 套件(如圖六-1)，依序在 Geometry(圖六-2)建立物理模型、在 Mesh(圖六-3)生成網格、於 Setup(圖六-4)設定物理參數及流況條件，執行出答案後用 Matlab 撰寫程式，用以歸納、抓取需要使用的模擬數值檔案。



圖六、模擬操作示意圖

3.2.2 數值模式

若欲觀察細部流場特徵，應採用直接數值模擬法分析之(Direct numerical simulation)，其優點在於捕捉最完整的流場資訊以及得到無法藉由實驗量測及辨識的流場資訊，但其計算的網格大小須符合 Kolmogorov 尺度以模擬小渦流的變化。以實驗室尺度為例，多數異重流之流動實驗之雷諾數介於 1×10^4 至 1×10^5 之間，即便藉助高速叢集電腦並加入平行運算提高其運算效能，推估其計算量及時間的耗費仍相當可觀。礙於研究設備的限制，本研究將加入紊流模式於數學方程組中，擬採用大渦模擬法(Large eddy simulation)分析之，其優點在於僅需較少的網格數量即可捕捉大渦的變化，極小渦流的現象則可由數學方程式中加入具次網格尺度的經驗公式而濾除。本研究的數值模式將基於有限體積法的架構下進行空間離散，將以實驗室已建立的模式進行運算。研究中，也將會提供數值收斂性的分析。同時，進一步討論不同入流條件下，異重流於不同運移階段中模擬結果與實驗量測結果之差異。

3.3 理論(數學模型)

本研究之數學模型將建立於納維爾-斯托克斯方程組，其中包括連續方程式、動量方程式以及密度傳輸方程式。[8]此外，該問題屬重力驅動下所產生的流動，基於重流體與環境輕流體的密度差異甚小，倘若引入布氏假設於方程式中，其數學表示式為

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_i u_j)}{\partial x_j} = \rho e_i^g - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_j)}{\partial x_j} = \frac{1}{\text{Re} \cdot \text{Sc}} \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_j \partial x_j} \quad (3)$$

其中， u_i 為速度向量、 p 為壓力以及 ρ 為密度， e_i^g



為指向重力方向之單位向量， Re 及 Sc 分別為雷諾數及舒密特數，定義如下：

$$Re = \frac{u_b H}{\nu}, \quad Sc = \frac{\nu}{\kappa}, \quad (4)$$

其中， u_b 為特徵速度、 H 為重流體初始高度、 ν 為運動黏滯係數以及 κ 為分子傳導係數。特徵速度又可表示為

$$u_b = \sqrt{g'_0 H}, \quad g'_0 = \frac{\rho_0 - \rho_1}{\rho_1} g, \quad (5)$$

$\tilde{\rho}_0$ 及 $\tilde{\rho}_1$ 分別為重流體及環境流體之密度。

倘若直接使用原始變數而不引入布氏假設之條件僅需於動量方程式中，如式(2)，做修改，如下所示：

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_i u_j)}{\partial x_j} = e_i^s - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}. \quad (6)$$

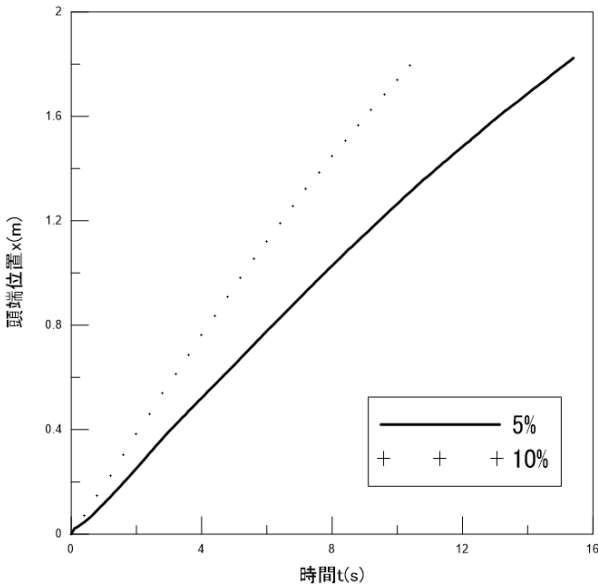
因此，此模型之雷諾數依據密度差異的變化(0.5%~10%)約為 14000 至 60000 間，將以數值模擬探討其數學模式之適用範圍。

4. 分析結果與討論

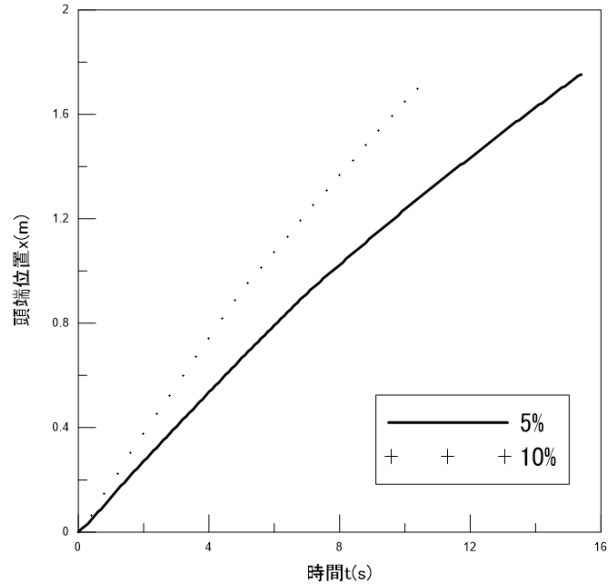
4.1 5%與10%異重流之比較

分別以實驗與模擬來分析兩個濃度的異重流，可以發現由於實驗使用開閉式定界交換水槽，在打開開門時有可能產生較顯著的人為誤差，故通常在計算或判定時會忽略實驗前一秒。通過比較圖可以發現不論實驗或者模擬，密度大的一種流流速皆較快(圖七)，

5%與10%實驗比較圖



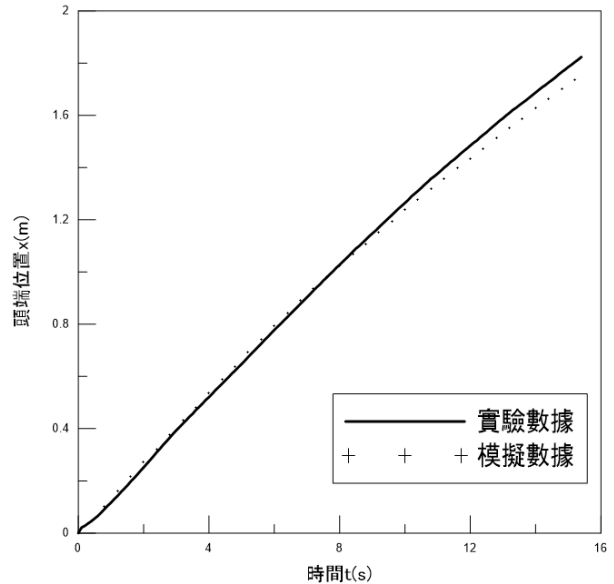
5%與10%模擬比較圖



圖七、異重流模擬結果

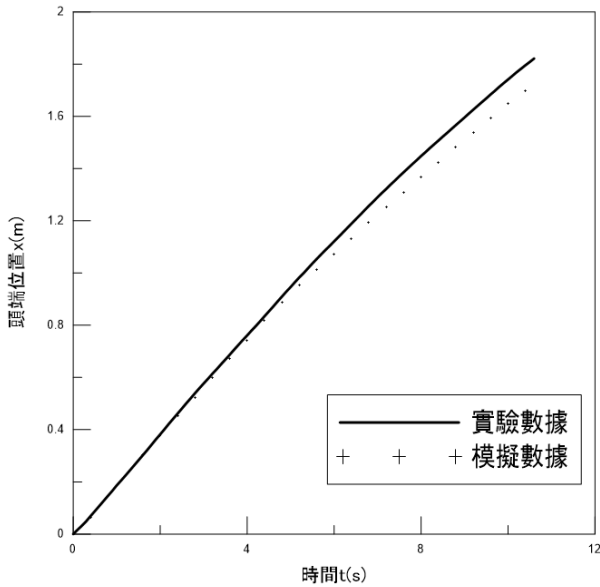
然而再以單濃度的實驗與模擬結果來分析，其中可以發現依舊是流動時間越久誤差越大，通常進入慣性階段才有較明顯的誤差，其中誤差皆未超過5公分。(圖八)

5%實驗與模擬比較圖





10%實驗與模擬比較圖



圖八、實驗與模擬比較

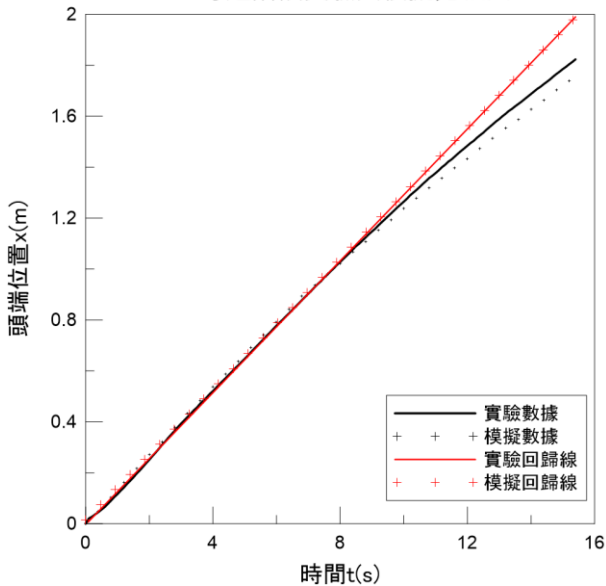
4.2 5%與10%異重流之流動階段

異重流從產生到消失，通常會經歷一個很長的時間並運行一段距離，在不考慮科氏力影響的情況下，異重流在行進過程中會受重力、慣性力以及黏滯力這三種基本力的作用影響而造成軌跡及形貌上的變化。

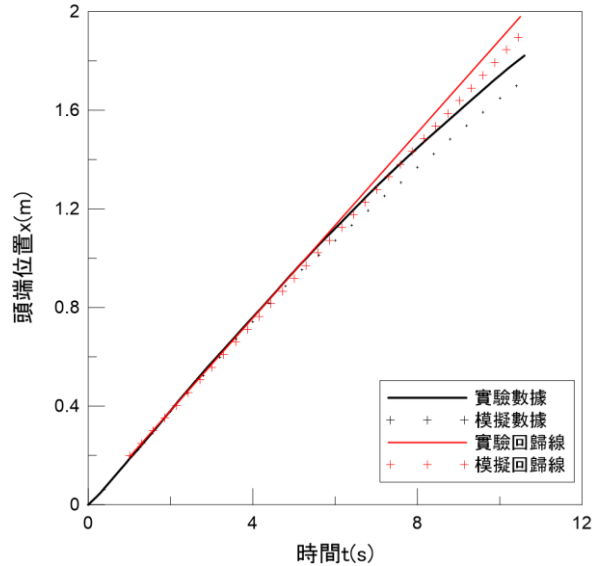
4.2.1 等速階段(slumping phase)

此時異重流的鋒速在一段很快的加速過程後將保持穩定的速度前進，經由回歸線判斷 5%異重流的等速階段落在 0.3 秒至 8.9 秒；10%異重流落在 0.9 秒至 6 秒(圖九)，判斷出濃度低的異重流等速階段的時間更長，且更早進入等速階段。

5%等速階段實驗與模擬比較圖



10%等速階段實驗與模擬比較圖

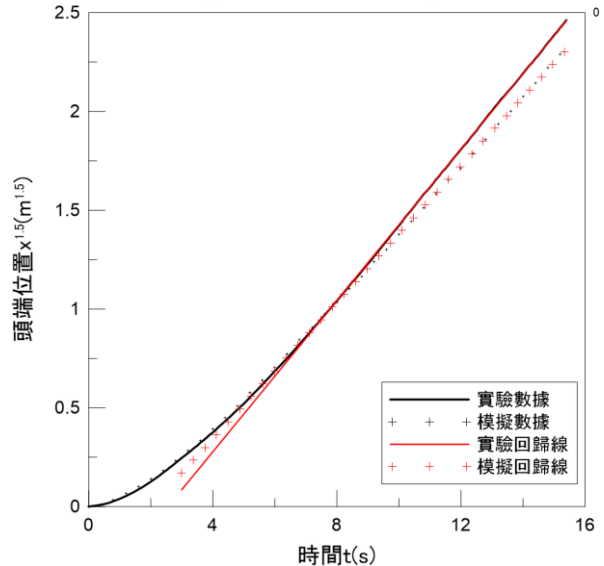


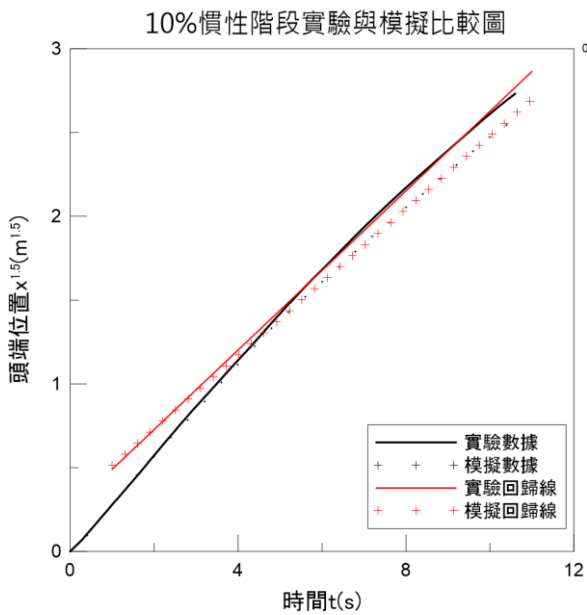
圖九、5%與 10%等速階段實驗與模擬比較圖

4.2.2 慣性階段(inertia phase)

在這個階段主要受浮力與慣性力的影響，此時異重流的運移位置將依時間的 $3/2$ 次冪減緩，經由回歸線判斷 5%異重流的慣性階段落 6.7 秒至 15.4 秒；10%異重流落在 4.5 秒至 10.6 秒(圖十)，兩者相較之下低濃度的異重流慣性階段的時間更長且較晚進入慣性階段。

5%慣性階段實驗與模擬比較圖





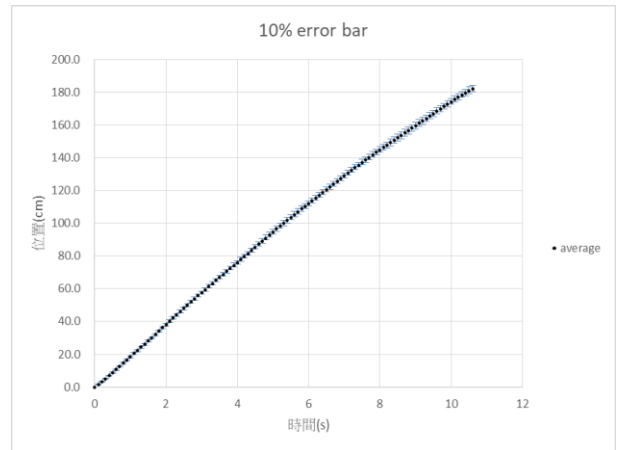
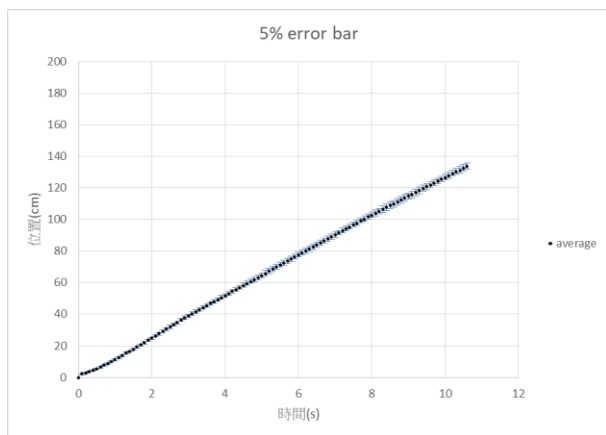
圖十、5%與10%慣性階段實驗與模擬比較圖

4.2.3 黏性階段(viscous phase)與過渡期

慣性階段經一段時間後，慣性力減小而黏性力增大，形成浮力與黏性力的平衡，流動進入黏性階段並產生自我相似性，此時異重流的頭端位置約為時間的5次冪減緩直至佇立不前形成沉降效應。然而礙於實驗設備之影響(模型不夠長)，無法觀測到黏滯現象的發生，但經由圖九、圖十兩者結果可以發現不論實驗或模擬，5%與10%的異重流皆有一段時間同時具備等速階段與慣性階段的現象，這段時間稱之為過渡期。

4.3 5%與10%異重流之error bar

建立實驗結果之error bar可以確認實驗結果之誤差率，可以發現兩個不同密度的異重流皆是在一開始的誤差極小，當異重流流動時間越長誤差才逐漸增大，最大誤差未超過3公分。(圖十一)



圖十一、5%與10%異重流之error bar

5. 參考文獻

1. J. Shin, S. Dalziel and P.F. Linden, 2004 Gravity currents produced by lock exchange. *J. Fluid Mech.* 521, 477-495.
2. <https://castnet.nctu.edu.tw/ntuereporting/article/11604?issueID=674>
3. M.I. Cantero, J.R. Lee, S. Balachandar and M.H. Garcia, 2007 On the front velocity of gravity currents. *J. Fluid Mech.* 586, 1-39.
4. A. Dai, 2013 Experiments on gravity currents propagating on different bottom slopes. *J. Fluid Mech.* 731, 117-141.
5. 劉建榮、許少華 (2010)，「鹽水異重流頭端之局部渦流流場與運移特性探討」*中華水土保持學報*，41(3): 201-215。
6. H. Huppert and J. Simpson, 1980 The slumping of gravity currents. *J. Fluid Mech.* 99, 785-799.
7. A. Dai, 2015 High-resolution simulations of downslope gravity currents in the acceleration phase. *Phys. Fluids* 27, 076602.
8. C. Adduce, G. Sciotino and S. Proietti, 2012 Gravity currents produced by lock exchanges: experiments and simulations with a two-layer shallow-water model with entrainment. *J. Hydr. Engng.* 138(2), 111-121.
9. T. Maxworthy, J.E. Simpson and E. Meiburg, 2002 The propagation of a gravity current into a linearly stratified fluid. *J. Fluid Mech.* 453, 371-394.
10. 俞維昇、李鴻源(1990)，「水庫異重流運動行為」，第五屆水利工程研討會論文集，成功大學。
11. 蔡宗憲(2003)，「變量鹽水異重流實驗之現象觀察與分析」逢甲大學水利工程學系碩士班碩士論文。